

- Preencha o cabeçalho e, para cada uma das alíneas, assinale assim , nesta mesma folha, a única opção correcta.
- Cotação [+c; -e]: opção correcta [+c valores]; opção errada [-e valores].
- Se não assinalar nenhuma opção, ou se assinalar mais do que uma, ser-lhe-á atribuída a cotação de zero valores.

1. As isoquantas relativas a uma tecnologia que emprega dois factores produtivos perfeitamente substituíveis entre si

[1,2; -0,4]

- são estritamente convexas relativamente à origem das coordenadas.
- apresentam uma $TMST_{KL}$ decrescente com a quantidade de um dos factores de produção.
- têm a mesma inclinação em qualquer dos seus pontos.
- têm a forma de L com cada um dos ramos paralelo a cada um dos eixos das coordenadas.

2. Considere um processo produtivo em que se verifica a lei dos rendimentos decrescentes. Para o actual nível de utilização do factor variável, L, sabe-se que $2PM_{g_L} = 3PM_L > 0$. Pode, pois, concluir-se que

[1,5; -0,5]

- o produtor está a laborar no primeiro estágio da produção.
- um pequeno acréscimo da quantidade utilizada de L induz, *ceteris paribus*, um aumento proporcionalmente menor da produção.
- para a quantidade de L em causa, a elasticidade produto deste factor de produção é de 2/3.
- o produtor está a laborar no terceiro estágio da produção.

3. Independentemente da configuração das curvas de custo, das curvas de produtividade e do nível de utilização do factor variável, L, o seu preço unitário coincide sempre com o produto

[1,5; -0,5]

- $CVM \cdot PM_{g_L}$.
- $CM_g \cdot PM_{g_L}$.
- $CM_g \cdot PM_L$.
- Nenhuma das restantes opções é correcta.

4. Sendo $x = KL$ a função de produção de um bem obtido pela combinação dos factores produtivos K e L, cujos preços unitários são ambos de 2 u.m., tem-se:

[1,8; -0,6]

- $CT_{LP} = 4x$.
- $CT_{LP} = 2x$.
- $CT_{LP} = 4\sqrt{x}$.
- $CT_{LP} = 2\sqrt{x}$.

$$\left\{ \begin{array}{l} x = KL \\ TMST_{KL} = \frac{p_L}{p_K} \\ CT_{LP} = p_L L + p_K K \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} - \\ \frac{K}{L} = \frac{2}{2} \\ CT_{LP} = 2L + 2K \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} x = L^2 \\ K = L \\ - \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} L = \sqrt{x} \\ K = \sqrt{x} \\ CT_{LP} = 2\sqrt{x} + 2\sqrt{x} \end{array} \right\} \therefore CT_{LP} = 4\sqrt{x}$$

Responda a cada um dos seguintes grupos em folhas separadas, devidamente identificadas.

GRUPO II

[8 valores]

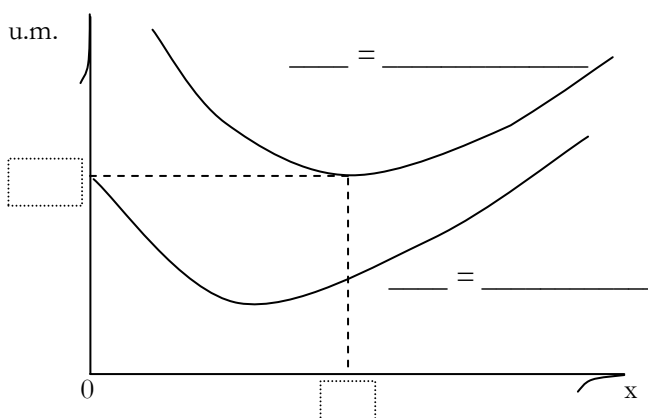
A expressão $x = 3K^{1/3}L^{2/3}$ informa sobre a maior quantidade de produto, x , que se pode obter a partir das quantidades K e L dos factores produtivos, cujos preços unitários são 12 e 3 u.m., respectivamente.

1. Em que percentagem varia a quantidade produzida quando as quantidades K e L aumentam, ambas, em 15%? Responda objectivamente, mas da maneira menos trabalhosa.
2. Deduza a expressão genérica da taxa marginal de substituição técnica de K por L e interprete o seu significado.
3. Suportando um custo total de 603 u.m., qual o máximo volume de produção que se pode obter, no longo prazo?
4. Ilustre graficamente a alínea anterior representando: a) a isoquanta relevante; b) a linha de isocusto correspondente; c) a combinação óptima de factores; d) a curva de expansão de longo prazo. Determine as respectivas expressões analíticas.

GRUPO III

[6 valores]

Na figura, representam-se o custo variável médio ($CVM = 2x^2 - 12x + 34$), associado ao factor trabalho, e o custo total médio de um produtor do bem X , em cada um dos meses mais próximos. Este produtor está prioritariamente interessado em produzir ao nível do óptimo de exploração, pelo que produz 4 u.f. Explícite, cuidadosamente, as suas respostas às seguintes perguntas:



1. Se o produtor decidir parar a produção, no próximo mês, terá que suportar algum custo? Quantifique.
2. Reproduza o gráfico na folha de prova, completando a sua legendagem.
3. Quantas horas de trabalho, por mês, deve o produtor afectar à produção de X , se a remuneração horária for de 0,05 u.m.?

GRUPO II

1. Estando em causa uma função de produção do tipo Cobb-Douglas,
 $x = aK^\alpha L^\beta = 3K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{2}{3}}$, sabe-se que é uma função homogénea com um factor de homogeneidade igual a $v = \alpha + \beta = 1/3 + 2/3 = 1$ (i.e. a função é homogénea linear). Verificam-se, pois rendimentos constantes à escala, pelo que, se ambos os factores aumentarem em 15%, a quantidade produzida aumentará igualmente em 15%.

2.

$$PMg_L = \frac{\partial x}{\partial L} = 2K^{\frac{1}{3}}L^{-\frac{1}{3}}$$

$$PMg_K = \frac{\partial x}{\partial K} = K^{-\frac{2}{3}}L^{\frac{2}{3}}$$

$$TMST_{KL} = \frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{2K^{\frac{1}{3}}L^{-\frac{1}{3}}}{K^{-\frac{2}{3}}L^{\frac{2}{3}}} = \frac{2K}{L}$$

i.e. para que o nível de produção permaneça inalterado após um acréscimo infinitesimal da quantidade utilizada do factor L, a quantidade utilizada do factor K não deve decrescer em mais do que $2K/L$ unidades.

3. Para que, suportando um custo total de 603 u.m., se consiga produzir a maior quantidade possível, devem verificar-se conjuntamente as seguintes condições:

$$\begin{cases} CT = p_L L + p_K K \\ TMST_{KL} = \frac{p_L}{p_K} \end{cases} \begin{cases} 603 = 3L + 12K \\ \frac{2K}{L} = \frac{3}{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} K = 50,25 - 0,25L & \text{(linha de isocusto)} \\ K = 0,125L & \text{(curva de expansão de longo prazo)} \end{cases} \begin{cases} L = 134 \\ K = 16,75 \end{cases}$$

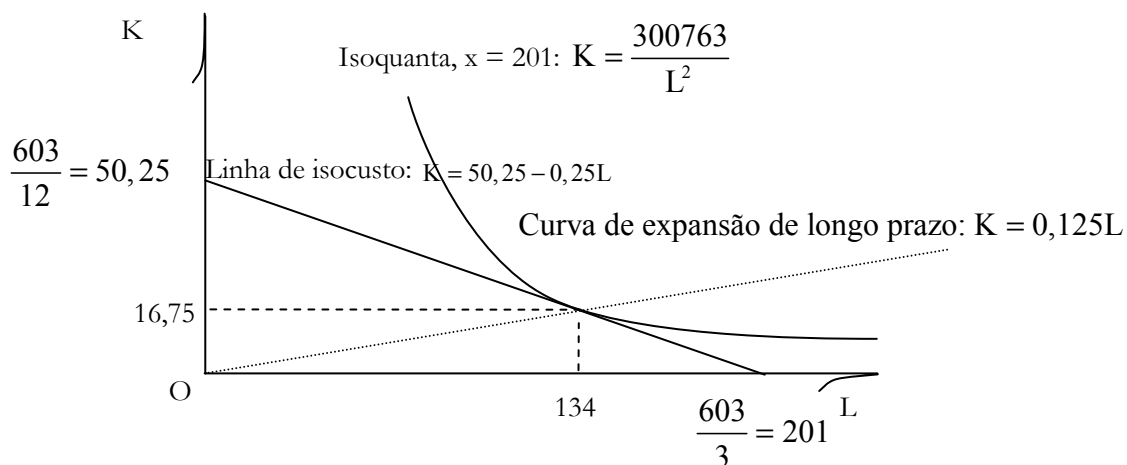
Sendo esta a combinação óptima dos factores de produção, basta agora recorrer à função de produção para determinar a máxima quantidade que se pode produzir despendendo 603 u.m. em factores produtivos:

$$x = 3K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{2}{3}}$$

$$x = 3(16,75)^{\frac{1}{3}}(134)^{\frac{2}{3}}$$

$$x = 201 \text{ u.f.}$$

4.



GRUPO III

$$1. \quad \text{CTM} = \text{CVM} + \text{CFM} = 2x^2 - 12x + 34 + \frac{\text{CFT}}{x}$$

Sabendo-se que no óptimo de exploração, $x = 4$, se minimiza o CTM, deve verificar-se:

$$\frac{d\text{CTM}}{dx} = \left[4x - 12 - \frac{\text{CFT}}{x^2} \right]_{x=4} = 0$$

$$4(4) - 12 - \frac{\text{CFT}}{4^2} = 0$$

$$\text{CFT} = 64 \text{ u.m.}$$

Alternativa:

$$\text{CVM}_{x=4} = 2(4)^2 - 12(4) + 34 = 18 \text{ u.m.}$$

Inspecionando o gráfico, conclui-se que $\text{CTM}_{x=4} = \text{CVM}_{x=0} = 34 \text{ u.m.}$

Tem-se, então,

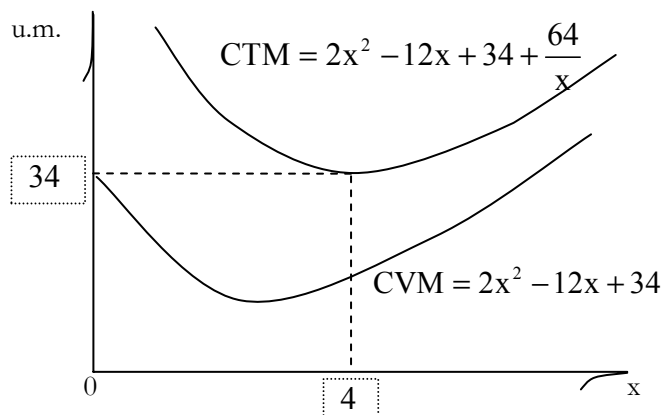
$$\text{CFM}_{x=4} = \text{CTM}_{x=4} - \text{CVM}_{x=4} = 34 - 18 = 16 \text{ u.m.}$$

$$\text{CFT} = \text{CFM}_{x=4} \cdot 4 = 16 \times 4 = 64 \text{ u.m.}$$

$$2. \quad \text{CTM} = 2x^2 - 12x + 34 + \frac{64}{x}$$

$$\text{CTM} - \text{CVM} = \text{CFM} \quad \text{u.m.}$$

O CTM é superior ao CVM pelo facto de a sua diferença, o CFM, embora decrescente, ser seguramente uma grandeza positiva, já que corresponde ao quociente CFT/x , com $\text{CFT} > 0$ e $x \geq 0$.



3. Admitindo que o produtor está a concretizar o seu objectivo de produzir ao nível do óptimo de exploração, a quantidade que produz actualmente é de 4 u.f..

$$\text{CVT} = \text{CVM} \cdot x = 2x^3 - 12x^2 + 34x$$

$$\text{CVT}_{x=4} = p_L L$$

$$2(4)^3 - 12(4)^2 + 34(4) = 0,05L$$

$$72 = 0,05L$$

$$L = 1440 \text{ h/mês}$$